L1 physique-chimie
Mai 2010

Mécanique Statique

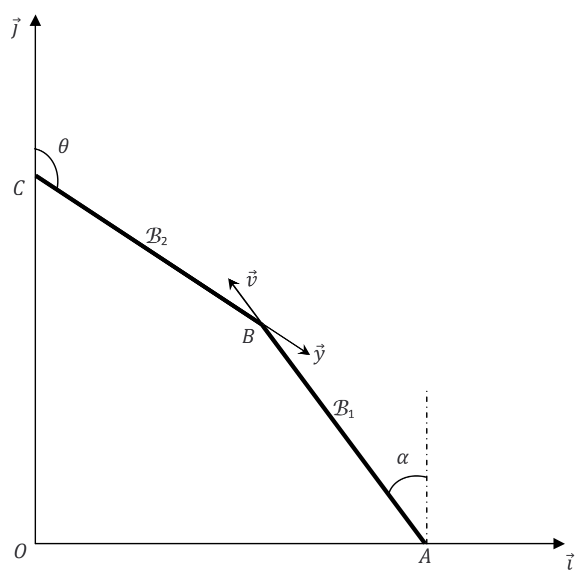
▷ Durée : 3 heures
▷ Le sujet comporte 2 exercices indépendants.
▷ Les calculatrices, documents et portables sont interdits.

Exercice 1 *: Equilibre d'un système de solides*

Dans l'espace muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec $\vec{j}$ vertical ascendant et $\vec{g} = -g\vec{j}$ désignant la pesanteur, on considère un système de solides Σ situé dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Σ est constitué de deux barres homogènes de même masse m et de longueur l. Les deux barres nommées $\mathcal{B}_1$ (d'extrémités A et B, et de centre G_1) et $\mathcal{B}_2$ (d'extrémités B et C, et de centre G_2) sont liées par une rotule en B.

Le point A est en contact avec l'axe $O\vec{i}$ tandis que le point C est en contact avec l'axe $O\vec{j}$ (avec frottements).
On nommera $T\vec{i} + N\vec{j}$ la réaction du sol sur $\mathcal{B}_2$ en A et $P\vec{i} + Q\vec{j}$ la réaction en C. On appellera $\vec{v}$ le vecteur tel que $\overrightarrow{AB} = l\vec{v}$ et $\vec{y}$ le vecteur tel que $\overrightarrow{CB} = l\vec{y}$. On notera aussi α l'angle $(\vec{j}, \vec{v})$ et θ l'angle $(\vec{y}, \vec{j})$ mesurés autour de $\vec{k}$.



On s'intéresse aux conditions d'équilibre du système Σ en fonction des angles α et θ.

1) Rappeler la définition de l'équilibre d'un système de solides.

2)a) Écrire en B le torseur des efforts exercés sur la barre $\mathcal{B}_1$.
  b) Écrire en B le torseur des efforts s'exerçant sur le système Σ.

3) En déduire les équations d'équilibre du système de solides Σ.

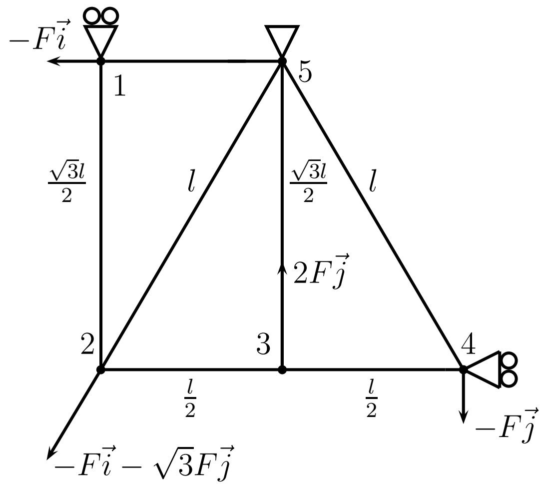
4)a) Donner une relation portant sur α, T et N uniquement.
  b) Donner une relation portant sur θ, P et Q uniquement.

5)a) Énoncer une inégalité liant composante tangentielle et composante normale de la réaction.
  b) En déduire une inégalité portant sur α et T uniquement
  c) De même, trouver une inégalité portant sur θ et Q uniquement.

6) On suppose maintenant qu'il n'y a pas de frottement en C et que $\theta = \frac{\pi}{4}$. Déterminer α pour que le système soit en équilibre.

Exercice 2 *: Étude d'un treillis*

Dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le treillis plan suivant :



Toutes les barres ont même section S et même module de Young E.
Les barres entre les noeuds 2 et 5, et entre les noeuds 4 et 5 sont de longueur l.
Les barres entre les noeuds 1 et 2, et entre les noeuds 3 et 5 sont de longueur $\frac{\sqrt{3}l}{2}$.
Enfin les barres entre les noeuds 1 et 5, 2 et 3, et entre les barres 3 et 4 sont de longueur $\frac{l}{2}$.
Le noeud 1 est en appui mobile dans la direction $\vec{i}$, le noeud 4 est en appui mobile dans la direction $\vec{j}$ et le noeud 5 est en appui fixe.
Une force $-F\vec{i}$ est appliquée au noeud 1, une force $-F\vec{i} - \sqrt{3}F\vec{j}$ est appliquée au noeud 2, une force $2F\vec{j}$ est appliquée au noeud 3 et enfin une force $-F\vec{j}$ est appliquée au noeud 4.
On notera $\vec{e_{ij}}$ le vecteur unitaire qui va du noeud i au noeud j.

1) Donner le degré de staticité de ce treillis.

2) Déterminer tous les vecteurs $\vec{e_{ij}}$ qui interviennent dans ce treillis.

3)a) Rappeler la définition du système cinématique.
b) Résoudre le système cinématique.
c) Énoncer la loi de comportement en élasticité linéaire.

4)a) Rappeler la définition du système statique.
b) Écrire les équations du système statique.
c) Déterminer les tensions dans les barres et préciser s'il s'agit de tractions ou de compressions.

5) Expliciter les valeurs des déplacements

6) On suppose que $\frac{Fl}{ES} = 1$. Faire la représentation graphique du treillis initial et du treillis déformé.