Université de TOULON et du VAR Année Universitaire 09-10
Faculté des Sciences et Techniques

L1 PC

MECANIQUE STATIQUE - MODULE M232
Examen de Juin 2010

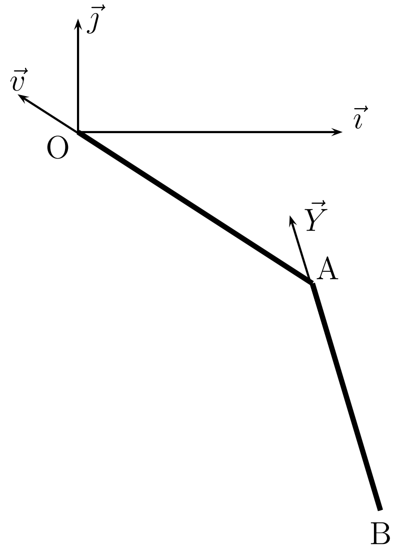
L'utilisation des calculatrices est interdite.

Les deux exercices proposés sont indépendants

Exercice 1 : Etude d'un équilibre

Relativement au repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (avec $\vec{j}$ vertical ascendant), $\vec{g} = -g\vec{j}$ désigne l'accélération de la pesanteur. On considère un système Σ situé dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Σ est constitué de deux barres homogènes S_1 et S_2 de même masse m et de même longueur ℓ :

S_1 d'extrémités O et A, et de milieu G_1, est liée au bâti par une liaison rotule parfaite en O.
S_2 d'extrémités A et B, et de milieu G_2, est liée à la barre S_1 par une liaison pivot en A.
On introduit $\vec{v}$ le vecteur unitaire tel que $\overrightarrow{AO} = \ell\vec{v}$ et on désigne par α l'angle $(\vec{j}, \vec{v})$ mesuré autour de $\vec{k}$
On introduit $\vec{Y}$ le vecteur unitaire tel que $\overrightarrow{BA} = \ell\vec{Y}$ et on désigne par θ l'angle $(\vec{j}, \vec{Y})$ mesuré autour de $\vec{k}$
La barre S_1 exerce sur la barre S_2 un couple $\gamma\,\vec{k} = \dfrac{m\ell g}{4}\,\vec{k}$.
On exerce en plus sur S_1 au point A une force $F\vec{i}$.



1. Questions de cours :
   - Rappeler la condition d'équilibre d'un solide.
   - Rappeler la condition d'équilibre d'un système de solides.
   - Rappeler la définition d'un couple.
   - Montrer que le moment d'un couple prend la même valeur en tout point de l'espace.

2. Écrire au point A le torseur des efforts qui s'exercent sur la barre S_2.

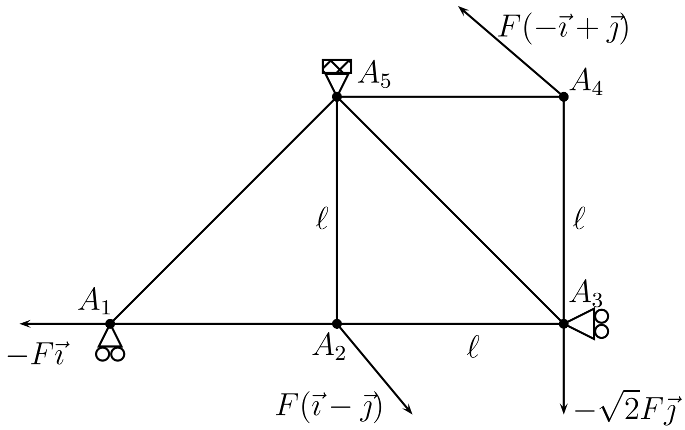
3. Écrire au point O le torseur des efforts qui s'exercent sur le système $\Sigma = S_1 \cup S_2$.

4. Déduire de ce qui précède les équations d'équilibre du système.

5. Déterminer l'intensité F de la force exercée en A pour que α soit nul à l'équilibre.

Exercice 2 : Etude d'un treillis

Dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère le treillis élastique plan schématisé ci-dessous. Toutes les barres ont la même section S.



Le noeud A_5 est en appui fixe, le noeud A_1 est en appui mobile selon $\vec{\imath}$, le noeud A_3 en appui mobile selon $\vec{\jmath}$ alors que les noeuds A_2 et A_4 sont libres .

Les barres A_1A_2, A_2A_3, A_2A_5, A_3A_4 et A_4A_5 ont même longueur ℓ.
Le module d'Young de la barre A_1A_5 **est de** $\sqrt{2}E$, toutes les autres barres ont le même module d'Young E

Une charge $-F\,\vec{\imath}$ est appliquée au noeud A_1, une charge $F\,(\vec{\imath}-\vec{\jmath})$ est appliquée au noeud A_2, une charge $-\sqrt{2}F\,\vec{\jmath}$ est appliquée au noeud A_3 et une charge $F\,(-\vec{\imath}+\vec{\jmath})$ est appliquée au noeud A_4.

On note T_{ij} la tension qui règne dans la barre A_iA_j. Dans cet exercice on ne cherchera pas à calculer les réactions aux appuis

1. Donner le degré de staticité du treillis (justifier la réponse)

2. Rappeler la définition du système cinématique. Ecrire les équations du système cinématique et exprimer les déplacements aux noeuds en fonction des allongements relatifs des barres.

3. Montrer que la relation $T_{12} = -T_{23} + \sqrt{2}T_{15}$ est vérifiée

4. Rappeler la définition du système statique. En écrire les équations. En déduire les tensions dans toutes les barres. Préciser pour chacune d'entre elles si les barres sont en traction ou en compression.

5. Exprimer alors les déplacements des noeuds en fonction de F, ℓ, E et S

6. Représenter sur un même graphique, le treillis initial et sa déformée.