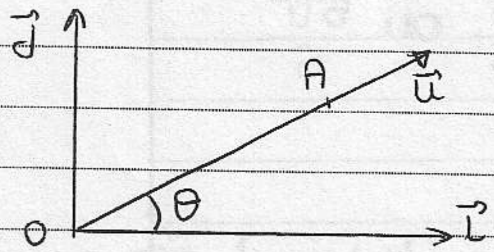
Exercice 3

Dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, avec $O\vec{j}$ vertical ascendant, $\vec{g} = g\vec{j}$ désigne l'accélération de la pesanteur. On considère une barre S homogène de masse M, d'extrémités O et A et de longueur a. On note $O\vec{u}$ le vecteur tel que $\overrightarrow{OA} = a\vec{u}$, et θ l'angle entre les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{u}$.

La liaison entre S et le bâti fixe modélisé par le repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est une liaison pivot d'axe $O\vec{k}$.

On exerce sur la barre un couple $\gamma\vec{k}$ d'intensité $\gamma = \frac{\sqrt{3}}{4} Mag$.

Déterminer la position d'équilibre de S.



$$\mathcal{T}_{eff}(S) = \begin{bmatrix} -Mg\vec{j} \\ 0 \end{bmatrix}_G + \begin{bmatrix} \vec{R}_O \\ \vec{m}(O) \end{bmatrix}_O + \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma\vec{k} \end{bmatrix}_\forall$$
① ② ③

avec $\vec{m}(O).\vec{k} = 0$

① La pesanteur est un glisseur dont le support passe par le centre de gravité $\vec{m}_1(G) = 0$

② Dans le cas d'un solide plan les rotations éventuelles ont lieu autour de l'axe perpendiculaire à ce plan $\Rightarrow$ une liaison pivot se conduit comme une liaison sphérique

③ Un couple est un torseur dont la résultante - le moment est égal en tout point.

On exprime le torseur en O à cause de la liaison

$\vec{m}_1(O) = \vec{m}_1(G) + \vec{R}_1 \wedge \overrightarrow{GO} = -Mg\vec{j} \wedge \left(-\frac{a}{2}\right)\vec{u} = -\frac{Ma}{2} g\cos\theta\,\vec{k}$

$\vec{m}_2(O) = 0\,\vec{k} + \vec{m}_2(O)$

$\vec{m}_3(O) = \gamma\vec{k} = \frac{\sqrt{3}}{4} Mag\,\vec{k}$

$$\mathcal{T}_{eff}(S) = \begin{bmatrix} \vec{R}_O - Mg\vec{j} \\ \frac{Mag}{4}(\sqrt{3} - 2\cos\theta)\vec{k} \end{bmatrix}_O$$

en projection sur $\vec{k}$ $\vec{m}_2(O) = \vec{0}$. et $\vec{m}(O) = \vec{0}$

S équilibre $\Longleftrightarrow \begin{cases} \vec{R}_O = Mg\vec{j} \\ \sqrt{3} - 2\cos\theta = 0 \end{cases} \Longrightarrow \theta = \pm\pi/6$